

FALE AKUSTYCZNE

Fale akustyczne to fale podłużne, rozchodzące się w ośrodkach ciągłych. Są słyszalne przez ucho ludzkie w zakresie częstotliwości: 20 Hz – 20 000 Hz. Mogą powstać wskutek drgań strun, słupów powietrza (np. instrumenty dęte), membran (bęben), czy płyt (cymbały).

Fale o częstotliwościach niższych od słyszalnych nazywamy falami poddźwiękowymi lub infradźwiękowymi (częstotliwości niższe od 20 Hz). Są one wytwarzane przez źródła o dużych rozmiarach, np. w czasie trzęsień ziemi. Fale o częstotliwościach wyższych od słyszalnych (aż do 6×10^8 Hz) nazywa się falami naddźwiękowymi lub ultradźwiękowymi, które są wytwarzane np. przez drgający kryształ kwarcu w zjawisku piezoelektrycznym.

Wytwarzanie fali akustycznej

Wyobraźmy sobie rurkę z jednej strony zatkaną tłokiem, wypełnioną powietrzem, lub innym gazem. Linie pionowe dzielą tę substancję na „plasterki”, mające równe masy. Oczywiście, tam gdzie linie są blisko siebie, ciśnienie i gęstość substancji są większe. Kiedy przesuniemy tłok w lewo substancja znajdująca się przed nim zostanie sprężona, czyli jej ciśnienie i gęstość wzrosną. Następnie, warstwa zagęszczonej substancji przesuwa się do przodu podnosząc ciśnienie i gęstość następnego „plasterka” (przez rurkę przebiega impuls zgęszczenia). Natomiast jeśli cofniemy tłok to „plasterek” w jego sąsiedztwie rozpręży się i podobnie jak wcześniej przez rurkę przebiegnie impuls rozrzedzenia. Drgający w ten sposób tłok powoduje ciąg rozrzedzeń i zagęszczeń, przebiegający przez rurkę. W rurce powstaje fala podłużna, gdyż drgania gazu są równoległe do kierunku rozchodzenia się fali. Sytuacja ta została przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Wytwarzanie fali podłużnej w rurce z tłokiem

Podobnie jak to zrobiliśmy w przypadku fal poprzecznych, można wyprowadzić równanie dla fali podłużnej. Parametrem sprężystości, decydującym o prędkości fali podłużnej w gazie jest współczynnik sprężystości objętościowej, K :

$$K = - \frac{V \Delta p}{\Delta V} \quad (1)$$

W definicji powyższej występuje znak minus, aby K było dodatnie (wzrost ciśnienia powoduje zmniejszanie objętości). Nawiązując do wzoru Newtona (patrz poprzedni rozdział), prędkość rozchodzenia się omawianej fali podłużnej wynosi:

$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$	(2)
-----------------------------	-----

Jeśli ośrodkiem jest gaz (np. powietrze) to K można wyrazić przez ciśnienie p gazu niezaburzonego. Wykazaliśmy już w poprzednim rozdziale, że jeśli temperatura gazu jest stała ($T = \text{const}$), to:

$$K = p \quad (3)$$

Natomiast, jeśli fala rozchodzi się w gazie izolowanym termicznie (przemiana adiabatyczna), to można wykazać, że:

$$K = \gamma p \quad (4)$$

gdzie $\gamma = C_p/C_v$ jest stosunkiem ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości. Tak więc, w tym przypadku prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej wynosi:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (5)$$

Równanie fali akustycznej

Widzieliśmy już, że równanie biegnącej fali poprzecznej można wyrazić jako:

$$y = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (5)$$

Identyczne równanie opisuje falę podłużną, z tym, że w takim przypadku y oznacza wychylenie cząstek ośrodka z położenia równowagi, które jest równoległe do kierunku rozchodzenia się fali.

A zatem:

gdy $y \parallel v \rightarrow$ fala podłużna (np. fala w rurze z gazem) gdy $y \perp v \rightarrow$ fala poprzeczna (np. fala na sznurze)

Jak widzieliśmy na Rys.1, fala dźwiękowa rozchodząca się w powietrzu, może być przedstawiona jako fala zaburzeń ciśnienia $\Delta p(x,t)$ (w odniesieniu do ciśnienia równowagi p). Proste wyprowadzenie prowadzi do wniosku, że zaburzenia ciśnienia, wywoływane przez falę akustyczną, opisywane są równaniem analogicznym do Równ. 5, a mianowicie:

$\Delta p = \Delta p_m \sin(kx - \omega t) \quad (6)$

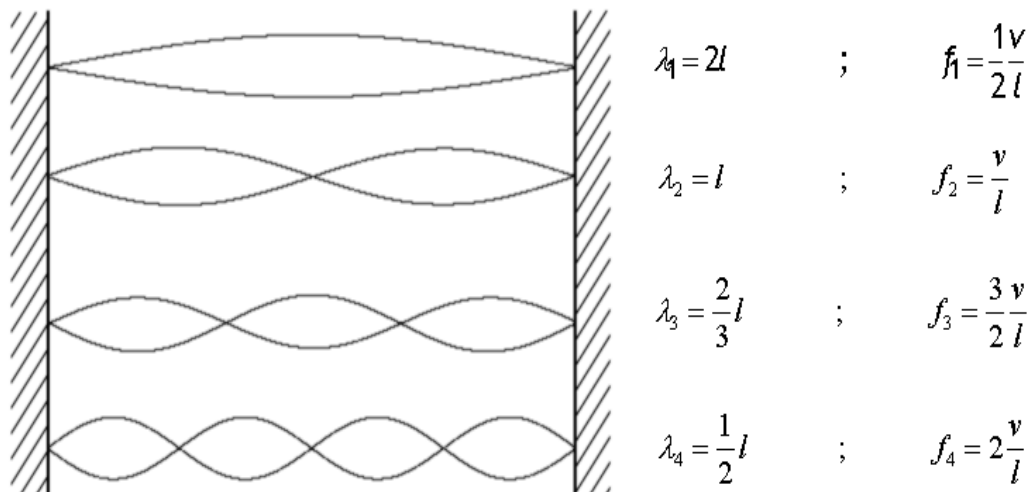
gdzie Δp_m jest amplitudą zmian ciśnienia oraz: $\Delta p_m = k p v^2 y_m$ (ρ jest średnią gęstością gazu).

Źródła fal dźwiękowych

Zastanówmy się, jakie fale stojące mogą powstać na strunie instrumentu, takiego jak np. gitara. Podstawowym warunkiem, jaki trzeba uwzględnić, jest to, że w punktach zamocowania struny muszą być węzły fali stojącej. Jak już widzieliśmy, narzuca to naturalną „dyskretyzację” możliwych długości fali:

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{lub} \quad \lambda = \frac{2l}{n} \quad (7)$$

gdzie l jest długością struny. Zagadnienie to zilustrowano na Rys. 2.



Rys. 2. Możliwe długości fal stojących, które powstają na drgającej strunie.

A zatem ogólnie:

$$f_n = \frac{n}{2l} v$$

Pamiętając ponadto, że:

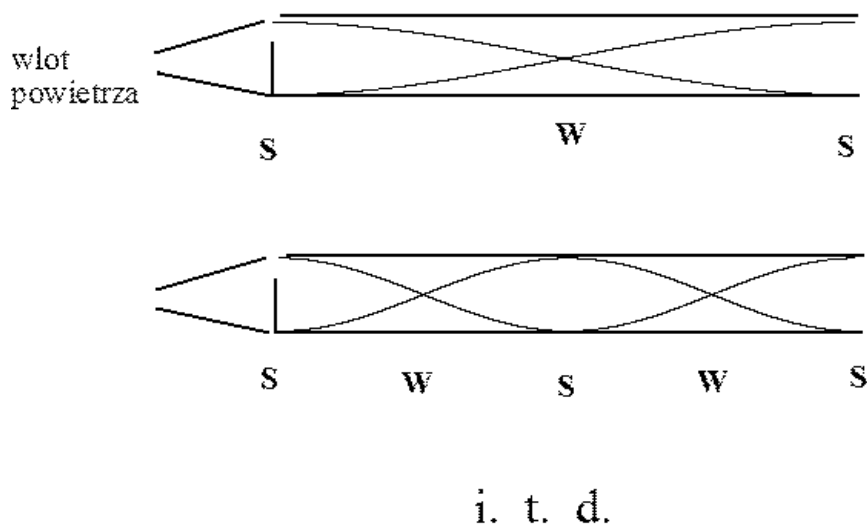
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

otrzymujemy następujący szereg częstotliwości drgań, które mogą powstać na strunie:

$$f_n = \frac{n}{2l} v = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

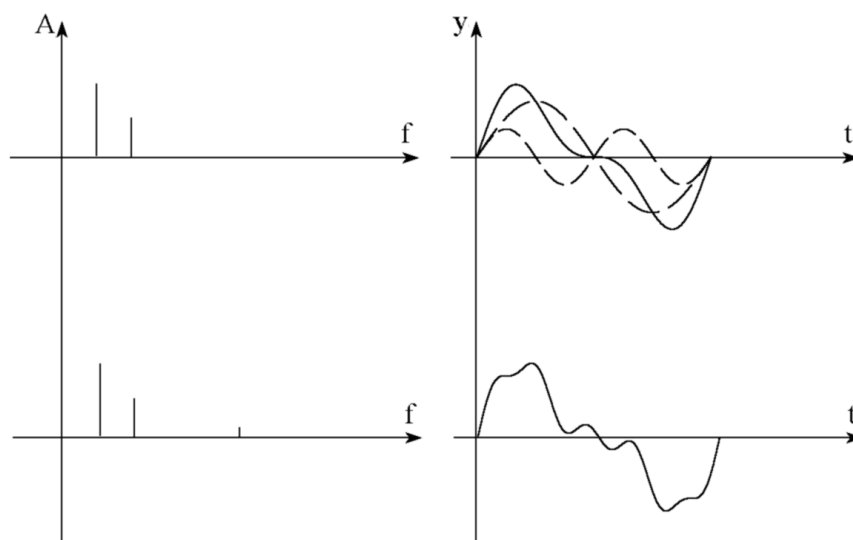
Podobną dyskretyzację powstających długości fali oraz częstotliwości zaobserwujemy w przypadku fletu (lub piszczałki) – Rys. 3. Przedstawiona na tym rysunku piszczałka jest obustronnie otwarta, tak więc na obu jej końcach muszą wystąpić strzałki fali stojącej. W efekcie uzyskamy identyczny rozkład długości fali i częstotliwości drgań jak na strunie, czyli:

$$\lambda = \frac{2l}{n} \quad \text{oraz} \quad f_n = \frac{n}{2l} v \quad ; n = 1, 2, 3, \dots$$



Rys. 3. Fale stojące w pizczalce

Na ogół dźwięk wytwarzany w każdym instrumencie muzycznym (przez drgająca strunę lub słup powietrza), zawiera „mieszanę” kilku tonów: tonu podstawowego oraz kilku dźwięków o częstotliwościach będących wielokrotnością tonu podstawowego (czyli wyższych harmoniczných). Proporcja natężenia wyższych harmoniczných w stosunku do natężenia tonu podstawowego decyduje o *barwie dźwięku*. Na ogół ten sam dźwięk (ta sama nuta) zagrany na różnych instrumentach, np. na pianinie i na skrzypcach, ma inną barwę. Na Rys. 4 pokazano przykład widma akustycznego dwóch dźwięków o tym samym natężeniu i częstotliwości tonu podstawowego, a o różnej barwie.



Rys. 4. Dwa dźwięki o tej samej częstotliwości tonu podstawowego, lecz o innej barwie. Po lewej stronie pokazano widma częstotliwościowe, (czyli amplitudy tonów składowych, zaś po prawej przebieg czasowy obu dźwięków.

Dudnienia

Wyobraźmy sobie, że dochodzi do interferencji dwóch ciągów fal lub drgań (rozchodzących się w tym samym ośrodku), które mają tę samą amplitudę lecz nieco różne częstotliwości. Sytuację taką możemy wytworzyć dwa generatory akustyczne o nieco różnych częstotliwościach lub dwa minimalnie różniące się, drgające kamertony. W efekcie takiej interferencji usłyszymy wolno zmieniający swe natężenie dźwięk. Jest to właśnie zjawisko dudnień. Rozpatrzmy to zjawisko ilościowo. Wypiszmy równania dwóch interferujących drgań:

$$y_1 = y_m \cos \omega_1 t$$

$$y_2 = y_m \cos \omega_2 t$$

Oba wychylenia drgającego punktu ośrodka dodają się zgodnie z zasadą superpozycji:

$$y = y_1 + y_2 = y_m (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) \quad (9)$$

Skorzystajmy z tożsamości trygonometrycznej:

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

W świetle powyższego drgania wypadkowe (Równ. 9) opisane są następującą relacją:

$$y = 2y_m \left(\cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \quad (10)$$

Wynik ten możemy dogodnie zinterpretować następująco:

$$y = A \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \quad \text{gdzie} \quad A = 2y_m \left(\cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \quad (11)$$

A zatem możemy uważać, że drgania wypadkowe mają częstość:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

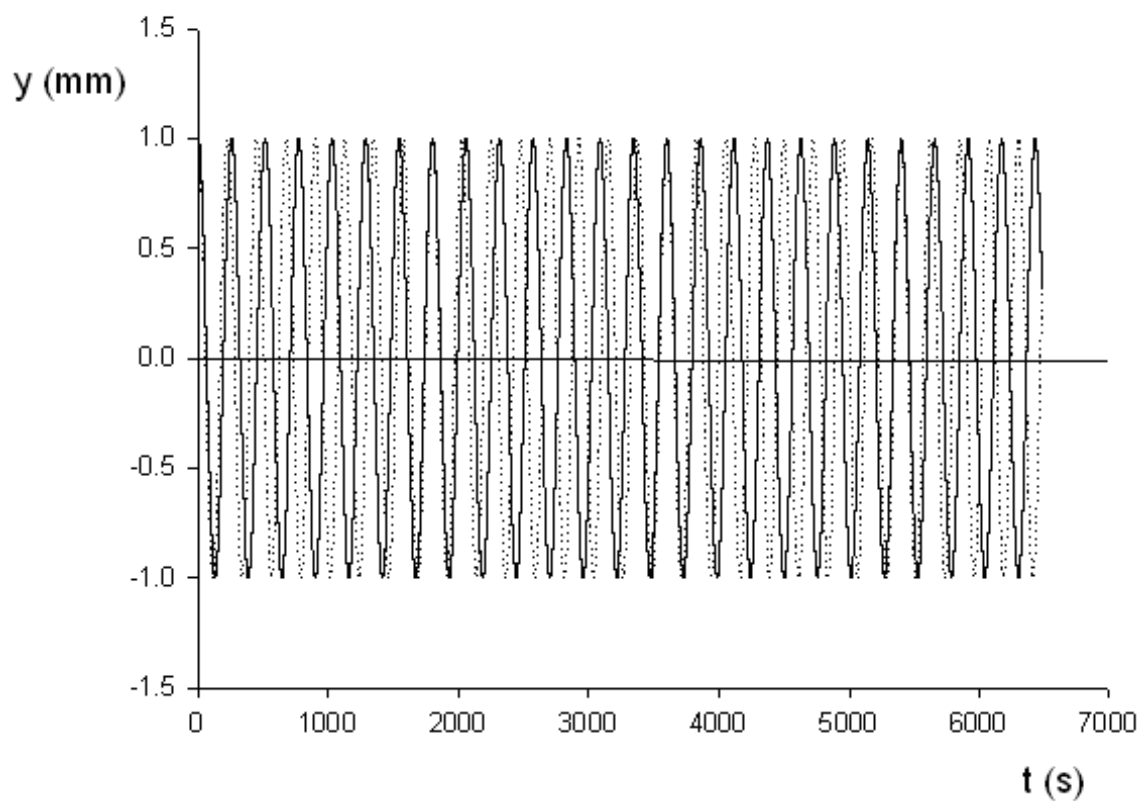
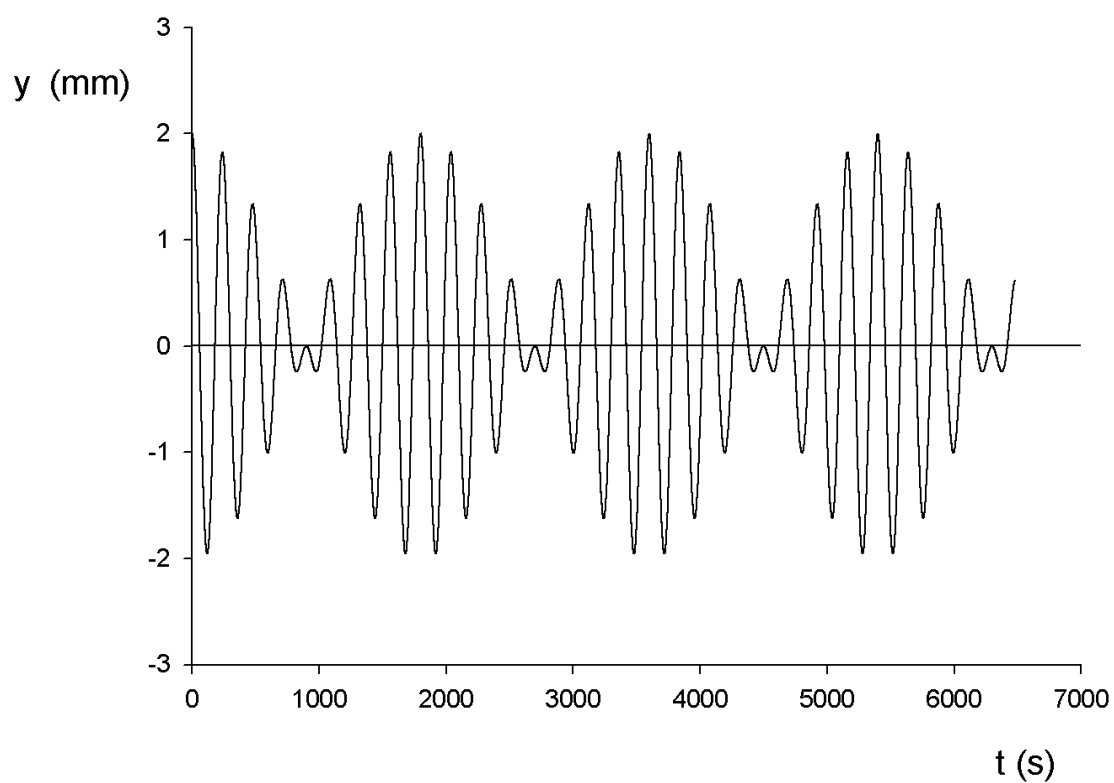
czyli:

$$y = A \cos \bar{\omega} t \quad (12)$$

ale amplituda drgań jest wolnozmienną funkcją czasu:

$$A = 2y_m \left(\cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right)$$

Poniżej przedstawiono ilustrację graficzną powstawania dudnień poprzez superpozycję dwóch drgań o nieco różnych częstotliwościach:

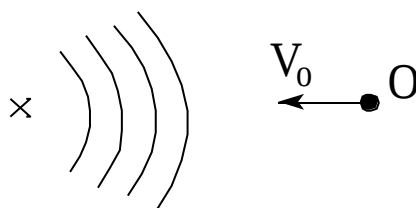


Rys. 5. Dodanie dwóch drgań o tych samych amplitudach, lecz o nieco różnych częstotliwościach prowadzi do powstania dudnień (rysunek górny);
 Dodano: $y_1 = \cos(1.4 \cdot t)$ oraz $y_2 = \cos(1.6 \cdot t)$ (rysunek dolny).

Efekt Dopplera

Jeśli występuje względny ruch źródła dźwięku i obserwatora, odbierana częstotaść dźwięku ulega zmianie. Obserwujemy to np. jadąc pociągiem. Sygnał lokomotywy pociągu, który jedzie z naprzeciwka, nagle staje się znacznie niższy, gdy lokomotywa nas minęła. Istotnym elementem jest to, że lokomotywa ta najpierw do nas się zbliżała, a potem się od nas oddalała. Fala dźwiękowa rozchodzi się w powietrzu. Obserwowana częstotaliwość dźwięku zależy nie tylko od względnej prędkości źródła dźwięku i obserwatora, ale też od tego, które z nich się porusza względem powietrza, a które jest nieruchome. Oto trzy typowe przypadki.

Przypadek 1°: Źródło nieruchome, obserwator ruchomy.



Gdy obserwator stoi, to odbierana przez niego częstotaliwość: $f = \frac{v}{\lambda}$

Gdy obserwator porusza się z prędkością v_0 to jego prędkość względem czoła fali wynosi: $v + v_0$. Wtedy rejestrowana przez niego częstotaliwość wyniesie::

$$f' = \frac{v + v_0}{\lambda} = \frac{v + v_0}{\frac{v}{f}} = f \frac{v + v_0}{v} \quad (13)$$

A zatem:

$$f' = f \left(\frac{v + v_0}{v} \right) \quad (14)$$

Natomiast, gdy obserwator oddala się od nieruchomego źródła:

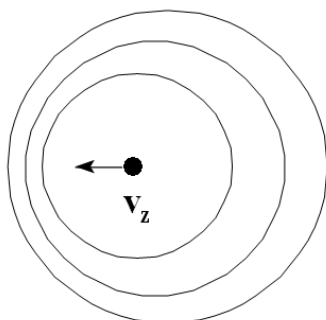
$$f' = f \left(\frac{v - v_0}{v} \right) \quad (15)$$

Wyniki opisane Rów. 14 i 15 można zwięźle opisać jako:

$f' = f \left(\frac{v \pm v_0}{v} \right) \quad (16)$
--

Jest to wynik na rejestrowaną częstotaliwość, gdy źródło dźwięku jest nieruchome, zaś obserwator się do niego przybliża (znak „+” w powyższym równaniu) lub oddala (znak „-”).

Przypadek 2°: Obserwator nieruchomy, źródło dźwięku się porusza



Tutaj wystąpi skrócenie długości fal, czyli zmniejszenie odległości między kolejnymi szczytami fali, jeśli obserwator będzie stał po lewej stronie od poruszającego się źródła. Jeśli częstotliwość drgań źródła dźwięku wynosi f , zaś prędkość źródła v_z , to w czasie jednego okresu (T) źródło przesuwa się o:

$$v_z T = \frac{v_z}{f}$$

O tyle skróci się długość fali docierającej do obserwatora (stojącego po lewej stronie na powyższym rysunku) i wynosi ona:

$$\lambda' = \lambda - \frac{v_z}{f} = \frac{v}{f} - \frac{v_z}{f}$$

zaś rejestrowana przez obserwatora częstotliwość:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\frac{(v-v_z)}{f}} = f \frac{v}{v - v_z} \quad (17)$$

Natomiast, gdy źródło oddala się od obserwatora (na powyższym rysunku obserwator na prawo od poruszającego się źródła), to obserwowana przez niego długość fali wzrośnie, zaś rejestrowana częstotliwość zmaleje i wyniesie:

$$f' = f \frac{v}{v + v_z} \quad (18)$$

Oba powyższe wyniki możemy skrótowo zapisać:

$f' = f \frac{v}{v \mp v_z} \quad (19)$

Znak „+” w mianowniku odpowiada sytuacji, gdy źródło oddala się od obserwatora, zaś znak „-” sytuacji, gdy źródło się zbliża.

Przypadek 3°: Źródło i obserwator poruszają się

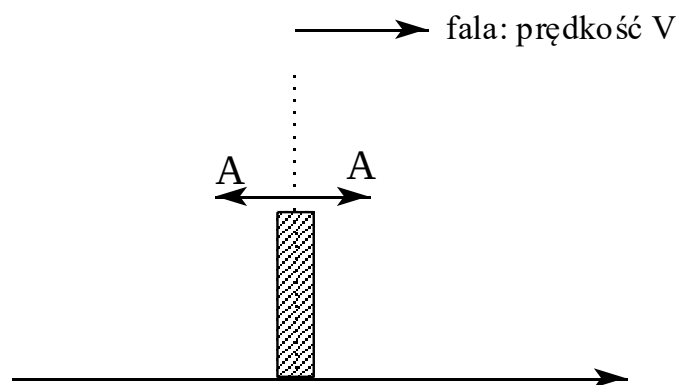
Jeżeli zarówno źródło jak i obserwator poruszają się, to efekty opisane Równ. 16 i 19 występują łącznie i wyrażenia na poprawkę częstotliwości wymnażają się:

$$f' = f \frac{v \pm v_0}{v \mp v_z} \quad (20)$$

Górne znaki w liczniku i mianowniku („+” i „-”) odpowiadają sytuacji, gdy źródło i obserwator poruszają się ku sobie, zaś znaki dolne – gdy poruszają się od siebie.

Natężenie fali na przykładzie natężenia fali dźwiękowej

Problem natężenia fali (czyli energii przypadającej na jednostkę powierzchni czoła fali i na jednostkę czasu), rozważymy na przykładzie fali podłużnej, takiej jak fala akustyczna rozchodząca się w powietrzu. Wyodrębnimy w myślach cienką warstwę ośrodka.



Rys. 1. Rozchodząca się fala wprawia cienką warstwę ośrodka w ruch drgający

Całkowita energia w ruchu drgającym jest równa maksymalnej energii kinetycznej. A zatem energia mechaniczna warstwy wynosi:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta m u_0^2 = \frac{1}{2} \Delta m \omega^2 A^2 \quad (21)$$

gdzie u_0 jest maksymalną prędkością w ruchu drgającym warstwy. Poniżej podano krótkie wyprowadzenie na u_0 , które użyto w powyższym równaniu.

W ruchu harmonicznym:

$$\begin{pmatrix} x = A \sin \omega t \\ u = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t \\ u_0 = A\omega \end{pmatrix}$$

Wyrażając masę warstwy Δm przez jej objętość (powierzchnia przekroju poprzecznego (S) razy szerokość (Δx)) i gęstość ośrodka (ρ), energia warstwy wynosi:

$$\Delta E = \frac{1}{2}(\rho S \Delta x) \omega^2 A^2$$

Czoło fali przesuwa się i dostarcza energii kolejnym takim warstwom. Prędkość przekazu energii do każdej kolejnej warstwy o szerokości Δx :

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho S \frac{\Delta x}{\Delta t} \omega^2 A^2$$

gdzie Δt to czas przesunięcia się czoła fali o Δx . Zauważmy, że $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ jest prędkością przesuwania się czoła (czyli prędkością fali), a zatem moc przenoszona przez powierzchnię S :

$$P = \frac{1}{2} \rho S \omega^2 A^2 v$$

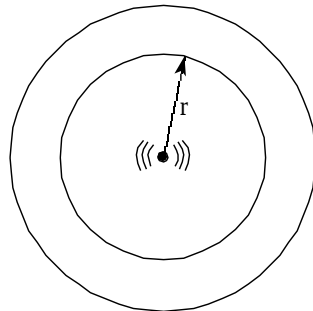
Ostatecznie, natężenie biegnącej fali $I = \frac{P}{S}$ (czyli moc na jednostkę powierzchni) wynosi:

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v \quad (22)$$

Zauważmy, że $I \sim \begin{cases} \omega^2 \\ A^2 \\ v \end{cases}$

Rozważania powyższe dotyczyły fali płaskiej, ale uzyskane wyniki są poprawne w ogólnym przypadku.

Na koniec zastanówmy się jak natężenie I zmienia się z odległością (r) od punktowego źródła drgań wytwarzającego falę kulistą.



Założmy, że źródło drgań (np. dźwiękowych) ma moc P . A zatem natężenie fali:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \quad (23)$$

gdzie S jest powierzchnią kuli o promieniu r . Widzimy więc, że natężenie fali kulistej:

$$I \propto \frac{P}{r^2} \quad (23)$$

maleje szybko wraz z odległością od źródła dźwięku (jak $1/r^2$). Wiemy, np., z własnego doświadczenia, że już po odsunięciu się 100 – 200 m od szosy, uciążliwość hałasu od samochodów znacznie spada.

Czułość ucha ludzkiego

Ucho ludzkie ma bardzo dużą elastyczność, jeśli chodzi o rejestrację dźwięków z otoczenia. Toleruje lub słyszy dźwięki o natężeniach w zakresie od 1 do 10^{-12} W/m². Jest to ogromna rozpiętość, obejmująca dwanaście rzędów wielkości. Badania nad słuchem ludzkim pokazały, że w istocie ucho reaguje na natężenie dźwięku bardzo nieliniowo. Związek między fizycznym natężeniem dźwięku (I), a subiektywnym poziomem dźwięku (β) ujemnie prawo Webera – Fechnera:

$$\beta \propto \log I \quad (24)$$

Poziom wrażenia dźwięku o natężeniu I wyrażamy w decybelach (dB):

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad (25)$$

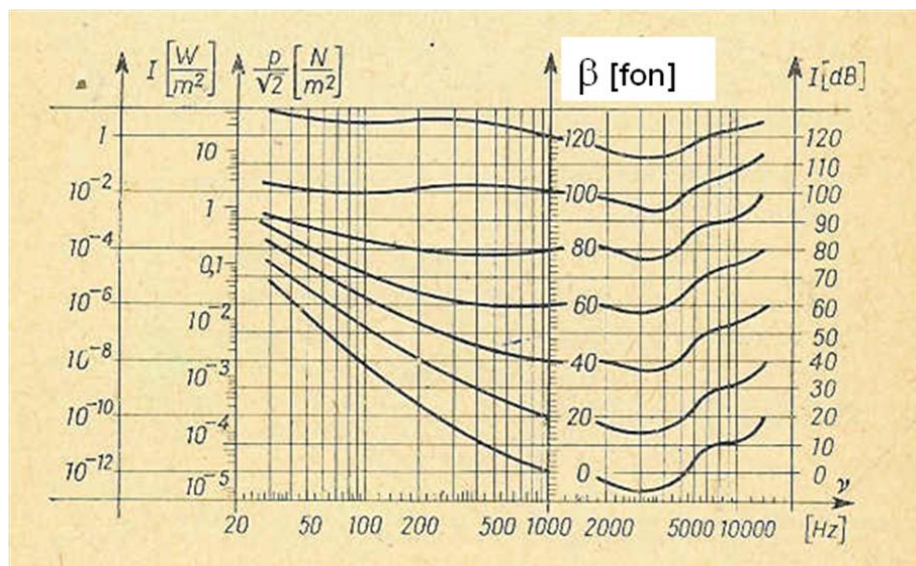
gdzie $I_0 = 10^{-12}$ W/m² jest natężeniem progu słyszalności dla tonu o częstotliwości 1000 Hz.

Definicja ta nie uwzględnia jeszcze zależności czułości ucha od częstotliwości fali. Dlatego w akustyce używa się skali natężenia subiektywnego w fonach. Dwa tony o różnej częstotliwości, które są jednakowo głośne dla ucha, mają tę samą głośność wyrażoną w fonach, przy czym głośność dowolnego tonu wynosi tyle fonów, ile wynosi natężenie (mierzone w dB) tonu o częstotliwości 1000 Hz, wywołującego to samo wrażenie słuchowe. Przy wyznaczaniu głośności danego tonu porównujemy, zatem poziom odbieranego wrażenia z poziomem wrażenia tonu o częstotliwości 1000 Hz i poszukujemy takiego natężenia tego drugiego, aby wrażenia głośności wywołane przez obydwa tony było takie same.

Oto przykłady głośności różnych dźwięków (w fonach):

próg słyszalności	0
szum w zacisznym pokoju	30
głośna mowa w odległości 5 m	70
orkiestra symfoniczna w odległości 5 m	100
Warkot samolotu w odległości 5 m	130

Poniższy rysunek pokazuje zależność czułości ucha ludzkiego β (głośność wyrażona w fonach) w funkcji częstotliwości.



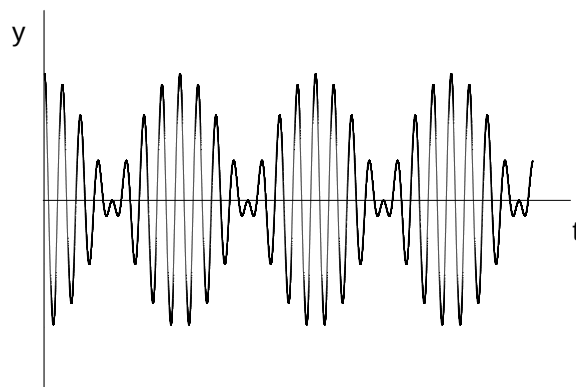
DODATEK (materiał nadobowiązkowy - dla chętnych)

Paczki fal i prędkość grupowa

Paczka drgań

Prędkość fazowa fali (tzn. taką, jaką omawialiśmy powyżej), określa jak szybko przemieszcza się czoło fali w danym ośrodku. Jednak w ośrodkach, w których prędkość fali zależy od częstotliwości przenoszonych drgań (efekt ten opisuje tzw. relacja dyspersji), drugą ważną charakterystyką jest prędkość grupowa. Wykazuje się, że ta ostatnia jest prędkością przenoszenia energii w ośrodku. W celu przybliżenia pojęcia prędkości grupowej, rozważmy przykład dudnień.

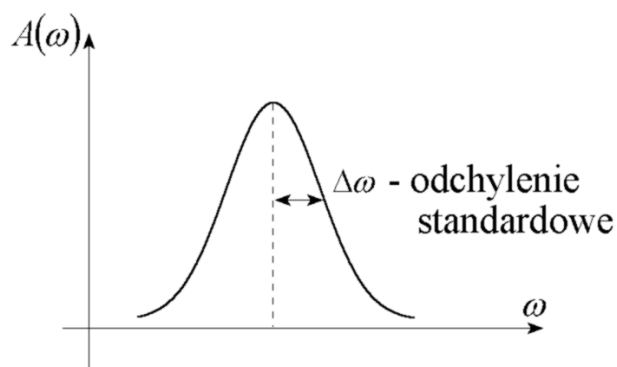
Widzieliśmy już, że dodanie dwóch ruchów drgających „produkuje” dudnienia. Przypomnijmy, że polegają one na znacznie wolniejszym oscylowaniu „garbków” wypadkowych drgań w funkcji czasu, niż drgań składowych – patrz rysunek poniżej



Można pójść jeszcze dalej i dodać nieskończenie wiele drgań z odpowiednimi amplitudami; możliwe jest wycięcie wszystkich „paczek” oprócz jednej. Weźmy rozkład amplitud poszczególnych drgań w zależności od częstości, zgodny z funkcją typu Gaussa:

$$A(\omega) = \exp \left[-\frac{(\omega - \bar{\omega})^2}{2(\Delta\omega)^2} \right] \quad (d1)$$

Ilustruje go poniższy rysunek:



Rys. D1. Rozkład amplitud składowych drgań w celu otrzymania jednej wypadkowej paczki drgań

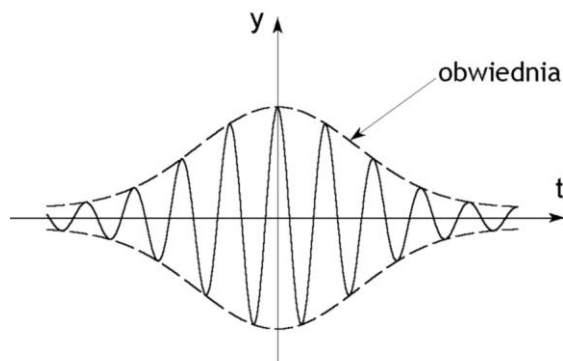
Drganie wypadkowe uzyskamy przez zsumowanie (dokładniej: scałkowanie) nieskończonej ilości ruchów drgających:

$$y = \int_0^\infty A(\omega) \cos \omega t d\omega = \int_0^\infty \exp \left[-\frac{(\omega - \bar{\omega})^2}{2(\Delta\omega)^2} \right] \cos \omega t d\omega \quad (d2)$$

Korzystając z tablic całek otrzymujemy kształt wypadkowego drgania:

$$y = \exp \left[-\frac{t^2}{2 \left(\frac{1}{\Delta\omega} \right)^2} \right] \cos \bar{\omega} t \quad (d3)$$

Wyrysowano je poniżej; pierwszy czynnik w Równ. d3 opisuje obwiednię wypadkowych drgań, zaś drugi – drgania o średniej częstotliwości $\bar{\omega}$.



Rys. D2. Pojedyncza „paczka drgań” uzyskana przez scałkowanie nieskończonej ilości drgań, zgodnie z relacją d2.

Można wykazać, że:

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta \omega} \quad (d4)$$

gdzie Δt definiuje szerokość „paczki drgań”, (por. Równ. d3).

Widzimy zatem, że rozrzut częstości składowych fal sinusoidalnych (występujący w Równ. d1) jest równy odwrotności szerokości paczki fal Δt . Funkcję $A(\omega)$ nazywa się transformatą Fouriera paczki fal.

Prędkość grupowa (materiał nadobowiązkowy)

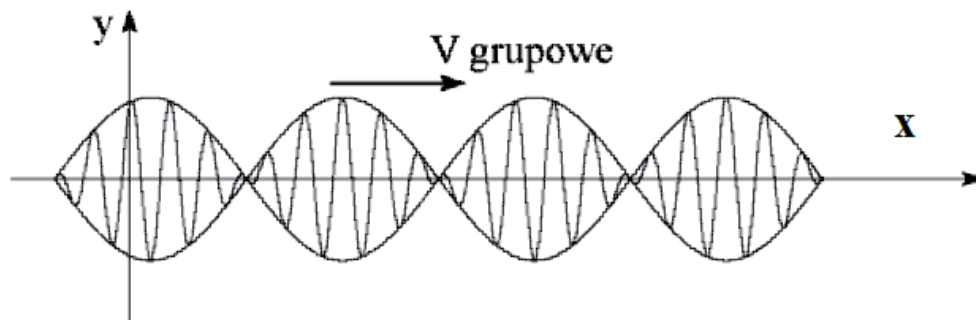
Oczywiście możemy dodawać nie tylko drgania, ale także fale sinusoidalne o różnych częstościach. Dodajmy dla prostoty tylko dwie fale, różniące się niewiele częstością i wektorem falowym:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_m \cos((\bar{k} - \Delta k)x - (\bar{\omega} - \Delta \omega)t) \\ y_2 &= y_m \cos((\bar{k} + \Delta k)x - (\bar{\omega} + \Delta \omega)t) \end{aligned} \quad (d5)$$

Stąd na zasadzie superpozycji:

$$y(x, t) = y_1 + y_2 = 2 \cos[(\Delta \omega)t - (\Delta k)x] \cos(\bar{\omega}t - \bar{k}x) \quad (d6)$$

gdzie $\bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ jest średnią liczbą falową, zaś $\bar{\omega} = \frac{2\pi}{T}$ jest średnią częstością obu fal.



Rys. D4 Paczki falowe powstające przez zsumowanie dwóch fal mało różniących wektorem falowym i częstotliwością.

Zauważmy, że: $A(x, t) = 2 \cos[(\Delta\omega)t - (\Delta k)x]$ jest amplitudą powstałych paczek falowych (czyli funkcją modulującą). Prześledźmy jak przesuwa się wybrane maksimum otrzymanego rozkładu paczek falowych. Pozostajemy przy danym maksimum, gdy:

$$\Delta\omega t - \Delta k x = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x}{t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad \rightarrow \quad v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad (d7)$$

Otrzymana prędkość v_g nazywa się prędkością grupową; podkreślmy, że jest to prędkość z jaką poruszają się wszystkie grzbiety obwiedni.

I znów, podobnie jak to było w przypadku drgań, można dodać nieskończenie wiele fal sinusoidalnych, stosując gaussowski rozkład amplitud w funkcji k . Otrzymamy wtedy jedną paczkę falową (w funkcji x). Wykazuje się, że jeśli częstość drgań ośrodka zależna jest od wektora falowego zgodnie z relacją (zwaną zależnością dyspersji):

$$\omega = \omega(k) \quad (d8)$$

to prędkość przemieszczanie się paczki falowej, czyli prędkość grupowa, wynosi:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (d9)$$

Prędkość grupowa definiuje także prędkość transportu energii przenoszonej przez tą sumaryczną falę. Prędkości fazowe poszczególnych fal składowych ($v = \omega/k$, różne na ogół od prędkości grupowej) są nieistotne w opisie przekazu energii, gdyż drgania cząstek ośrodka zachodzą tylko w obrębie paczki falowej.

Warto nadmienić, że paczki falowe znalazły bardzo ważne zastosowanie w opisie ruchu mikrocząstek, czyli w mechanice kwantowej. Cząstki przedstawiamy tam jako paczki fal materii (każda z nich jest funkcją falową, którą uzyskujemy z rozwiązania równania

Schrödingera). Prędkość cząstki jest dana właśnie przez prędkość grupową $v_g = \frac{d\omega}{dk}$.